

## **Fokasz Nikosz, Kopper Ákos, Maródi Máté, Szedenics Gábor\***

*Az európai nemzeti és regionális vasúthálózatok fraktál jellegéről\**

### **Bevezetés**

Kommunikálunk mindenütt. A legkülönbözőbb helyeken és helyzetekben a legkülönbözőbb jelzéseket küldjük egymásnak. Tesszük ezt személyes kapcsolatainkban, mondjuk a buszon tolongás közben szótlanul nyomulva vagy valahol sorban állás közben csendesen dohogva esetleg a vasárnapi ebéd után egy kávéházi beszélgetés felszabadult légkörében hevesen gesztikulálva. De intenzív kommunikációra van szükség ahhoz is, hogy az egyes emberek nagyobb szervezeteket, intézményeket hozhassanak létre. Végül a ma már az egész Földre kiterjedő kommunikációs hálózatok szintjén falu az egész világ, hiszen már Arisztotelész is tudta, hogy a birodalom határa odáig terjedhet ameddig a hírnök hangja száz napon belül eljut.

Maradva a leghétköznapibb szóhasználatnál, emberek valamilyen összességét, halmazát nyilvánvalóan minden esetben a köztük kialakuló kommunikációs hálózatok alakítják hierarchikusan szervezett, strukturált közösségekké. Az egyes kommunikációs rendszerek illetve alrendszerek működésének megértése és szerkezetiségük feltárása ezért a társadalomkutatás legkülönbözőbb irányzatainak központi ambíciója lehet.

Minket a *szervezetek* milyensége érdekelt, ezek elemzésében szerettük volna felhasználni a fraktálhalmazok kutatásában az utóbbi évtizedben felhalmozódott eredményeket. Csakhogy szembesültünk a természettudományos eredmények társadalomtudományi alkalmazásának egyik állandó nehézségével. Az elméletek és módszerek még úgy ahogy rendelkezésünkre állnak, de adatok melyekkel ezeket ellenőrizni lehetne, sokkal kevésbé. Ugyan hogy lehetne kellő pontossággal, s a kvantitatív fraktálemelés céljainak megfelelő módon rekonstruálni egy vasárnapi ebéd, egy család vagy mondjuk egy tudományos közösség kommunikációs hálózatát. Az ötlet, hogy térképek elemzésére használjuk fel a fenti módszereket, Nyikos L. és társainak tanulmányát (Nyikos L., Balázs L., Schiller R. 1994) olvasva merült fel bennünk először. Ők különböző grafikákból - Picasso, Dürer stb. - készített digitalizált képek fraktál szerkezetét elemezték. Célszerűnek tűnt, hogy mi is képszerűen jól megjeleníthető hálózatok elemzésével kezdjük el vizsgálódásunkat. A szociológiában képek még leginkább a *térképek* lehetnek, s ha már kommunikációs hálózatokat keresünk eléggé magától értetődő, hogy elsőként a közlekedési hálózatokra gondoljunk. Így jutottunk el a mind közül leginkább körülhatárolhatóhoz a vasúthálózathoz. Társadalomtörténeti jelentősége vitán felüli és közismert. A múlt század közepén kezdődött nagy európai vasúttépítkezések az extenzív gazdasági növekedés egyik legfontosabb bázisát és lenyomatát jelentették. Sokak szerint az első világháború kitörésének

---

<sup>·</sup> In. Fokasz Nikosz (szerk.): Rend és Káosz, Budapest, Replika Könyvek, 1997. A tanulmány a T20370 számú OTKA kutatás támogatásával készült.

<sup>\*</sup> Ezúton mondunk köszönetet Nyikos Lajosnak a kutatás elindításában adott segítségéért, Vincze Attilának aki az általa készített fraktáldimenzió számító programot rendelkezésünkre bocsátotta és működésébe bevezetett, Kovácsyné Medveczki Ágnesnek és Eperjesi Lászlónak amiért a vasúttérképek számunkra ismeretlen világában eligazítottak bennünket, Surányi Istvánnának a térképek fénymásolásában nyújtott segítségéért, valamint Vicsék Tamásnak aki számos a miénkkel rokon szellemű vizsgálatra hívta fel a figyelmünket.

pillanata sem véletlenül esik olyan nagyon közel az Orient-expressz vonalának Bagdadig történt kiépüléséhez, s a nagy európai vasútépítkezések lezárulásához.

### A módszerről

Minden egyéb érv mellett technikailag is a vasúttérképek elemzése tűnt a legegyszerűbbnek. Ezt ma is így gondoljuk, még ha ez a legegyszerűbb nem is bizonyult igazán könnyűnek. Legfőképpen a harmincas években megjelent igen részletes Atlas der Eisenbahnen und Schiffahrt von Europa című albumot használtuk. Ezt kiegészítettük a Közlekedési Múzeum Könyvtárának térképtárában található több mint tucatnyi, a tízes- harmincas- illetve ötvenes évekből származó nagyméretű regionális térképpel, a Kartográfiai Vállalat 1979-es Világatlaszával, valamint az 1991-ben megjelent Történelmi Világatlással. Ahol lehetett a pontosabb mérés és kísérletezés kedvéért, annak felderítésére, hogy eredményeink mennyire függenek az alkalmazott térképtől egy országra vagy ugyanazon régióra több különböző lépték finomságú térképet is felhasználtunk.

Valamennyi európai országról, a sokszor eltérően definiált közép-európai régióról valamint Európa egészéről rendelkezünk térképekkel. Külön problémát okozott, hogy a képek mérete az A3-as nagyságútól az íróasztal méretéig terjedt, továbbá hogy az egyes albumokban egy ország nem csupán tucatnyi lapon szerepelt, de adott esetben a különböző oldalakon alkalmazott lépték is eltérhetett. A pauszra rajzolás, kicsinyítés, illetve illesztés többszöri egymás utáni alkalmazásával, végül is mintegy hatvan A4-es méretű térképet sikerült előállítanunk. A térképek szkennelt változatánál a fraktáldimenzió számító program által igényelt maximum 700x700-as pixel mérethez igazodtunk, amitől a vasúthálózat részletgazdagságától és a vizsgált ország alakjától függően tértünk el.

A fraktál jelleg vizsgálatokor magunk is szembesültünk azzal a jól ismert problémával, hogy miközben a fraktálok matematikai értelemben olyan *végtelen* rekurziós lépésben előállítható objektumok, ahol az önazonos vagy önaffin jellegnek *minden* nagyságrendben érvényesülnie kell, addig az empirikusan megfigyelhető objektumok nyilvánvalóan nem ilyenek. Mandelbrot híres példája, Nagy-Britannia tengerpartja esetében is csak annyi állítható, hogy az önazonos jelleg igen nagy, de mégiscsak *véges* mérettartományban teljesül. Az empirikus vizsgálatokban ilyenkor felmerülő bizonytalanság csökkentése érdekében kétféle, persze sok tekintetben rokon tulajdonságú eljárást alkalmaztunk a vasúthálózatok fraktáldimenziójának (Tél 1988, Vicsek 1989, Schroeder 1991) meghatározására. Végül is ha arra vagyunk kíváncsiak, hogy valamely szerkezet, struktúra a lépték változása során milyen képet mutat, akkor alapvetően két dolgot tehetünk. Vagy messziről közelítve fokozatosan merülünk a finomabb részletekbe vagy fordítva kis léptékekből kiindulva fokozatosan emelkedünk el az alakzattól.

Az első utat követi a dobozszámláló (box counting) módszer, melynek során egyre finomodó  $r$  felosztású négyzetrácsot helyezünk a térképre. Ezután megvizsgáljuk, hogy a rács változó felosztásától hogyan függ azon cellák  $N(r)$  száma melyek legalább egy képpontot tartalmaznak. Fraktálok esetén  $N(r) \propto r^{-D_b}$  kell teljesülnön, ahol  $D_b$  a doboz (box counting) dimenzió. A módszer általunk alkalmazott változata  $N \times M$ -es pixelméretű térkép esetén a kisebb oldalméret  $L = \min\{N, M\}$  ötödével egyenlő  $L/5$  cellaméretű négyzetrácsból indult ki, s pixelenként egyesével lépegetve ezt finomította a legnagyobb felbontású két pixel cellaméretű rácsig.

A képeket elemző második módszer a sandbox eljárás fordított utat jár be. Kiválasztunk origónak egy fekete képpontot, majd megszámláljuk a pont körüli  $r$  oldalú négyzetben található képpontok  $M(r)$  számát. Mint az jól ismert fraktálokra  $M(r) \propto r^{-D_m}$

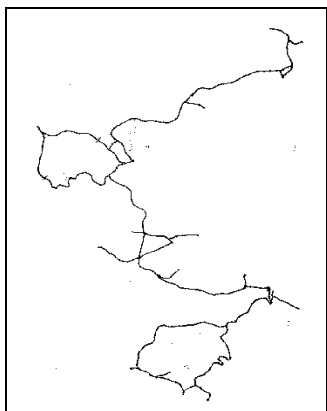
teljesül, ahol  $D_m$  a tömegkitevő. A módszerről általában azt tartják, hogy különösen érzékeny a vizsgált szerkezet esetleges inhomogenitására, ezért a tényleges alkalmazás során egy a térkép közepén kijelölt téglalapon belül az összes képpontot felhasználtuk origóként. E pontok környezetében található fekete képpontokat számoltuk meg 6 pixeles minimális cellaméretből kiindulva, 4 pixelenként lépegetve maximum 266 pixeles sugárig. A kapott adatokat végül átlagoltuk.

### Az eredményekről

Kutatásunk várakozáson felül alakult, mivel ma, jóval több megválaszolatlan kérdéssel rendelkezünk mint amennyivel indítottunk. Jelen publikációnkat ezért nem zárójelentésnek csupán az eddigi vizsgálódásainkról szóló első rövid híradásnak tekintjük. Megnyugtató, hogy a különböző módszerekkel nagyon hasonló eredményeket kaptunk. Igaz a megbízhatóbbnak tekintett sandbox eljárás rendre valamivel magasabb értéket adott, a különbség azonban csak alig néhány esetben volt jelentős. Az eltérésekben nem találtunk szisztematikus jelleget, bár ennek valódi tisztázásához még további, az eddigieknél gondosabb elemzésre lesz szükség. Figyelemre méltó, hogy az illeszkedés számunkra oly fontos nagyságrendje a sandbox módszer esetében tipikusan és sokszor jelentősen nagyobb volt, mint a dobozszámláló eljárás esetén. A jelenség okát pillanatnyilag nem ismerjük.

Adataink alapján a vasúthálózatok három tipikus kategóriája ismerhető fel.

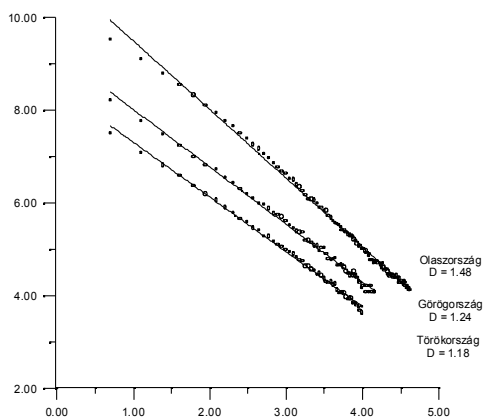
Egy csoportba került Görögország és Törökország. Az 1-2. térképek is mutatják, hogy esetükben igen ritka szövésű, vonalszerű vasúthálózattal van dolgunk. A kvantitatív eredmények megerősítik ezt a benyomást, s amennyire a pontatlan illeszkedés alapján ilyen állíthatunk (Társadalomtudósok figyelem, az  $R^2=0.99$  itt pontatlannak számít, a jó illeszkedés  $R^2=0.999$  értéket szolgáltat!) a fraktál dimenzió értéke mindkét ország esetében egyhez igen közeli érték volt. (1-2. diagram)



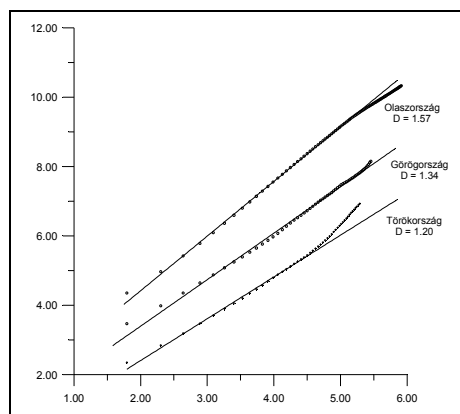
1. térkép, Görögország vasúthálózata



2. térkép, Törökország vasúthálózata

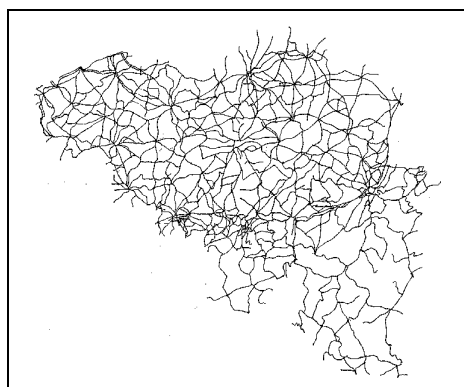


1. diagram, dobozszámláló eljárás

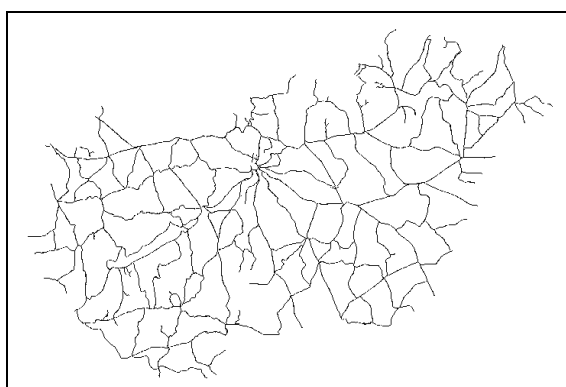


2. diagram, tömegkifevő

Olaszországot csupán azért szerepeltettük az 1. és 2. diagramon, hogy jelezzük az átmenetet egy másik jóval népesebb kategóriába. Ebbe tartozik többek közt Hollandia, Belgium ide sorolható Spanyolország és a mai Magyarország is. (3-4. térképek)

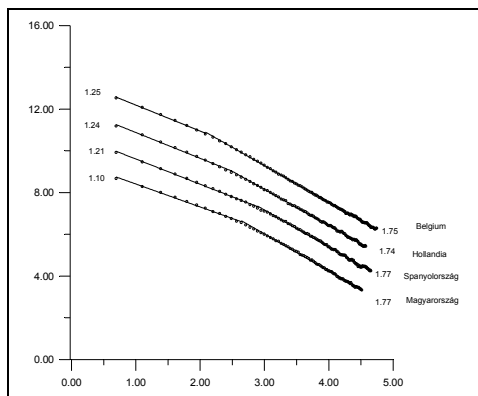


3. térkép, Belgium vasúthálózata

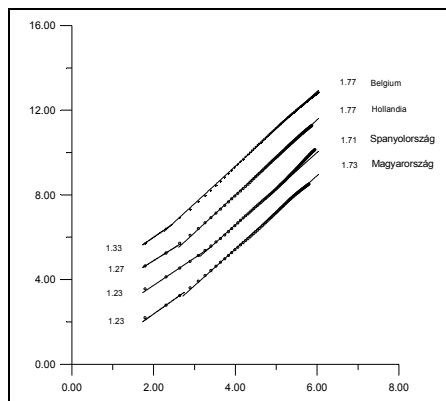


4. térkép, Magyarország vasúthálózata

A 3-4. diagramokon jól megfigyelhető törés jelzi, hogy ezek a vasúthálózatok a kicsi és a nagy mérettartományban eltérő szerkezeti jelleggel rendelkeznek. A kis léptékek tartományában ugyanolyan vonalszerű viselkedést mutatnak mint amilyen a görög vagy török hálózat egészét jellemezte. A nagyobb méretek esetében azonban mindkét módszerrel 1.75 körüli fraktáldimenziót kaptunk, ami arra utal hogy ezek a vonalakkól összerakott hálózatok alaposan kitöltik a rendelkezésükre álló kétdimenziós teret. Heureka! - mondhatnánk. A probléma csupán az, hogy az illeszkedés mindössze egy nagyságrenden át érvényesül, ami elmarad a természettudósok által empirikusan és szokásszerűen elvárt minimum két nagyságrendes illeszkedéstől.

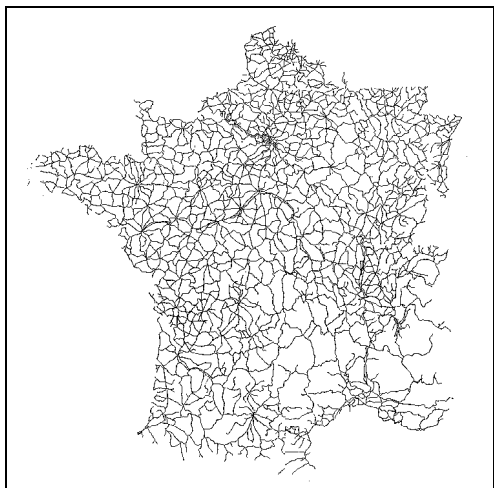


3. diagram, dobozszámlálás

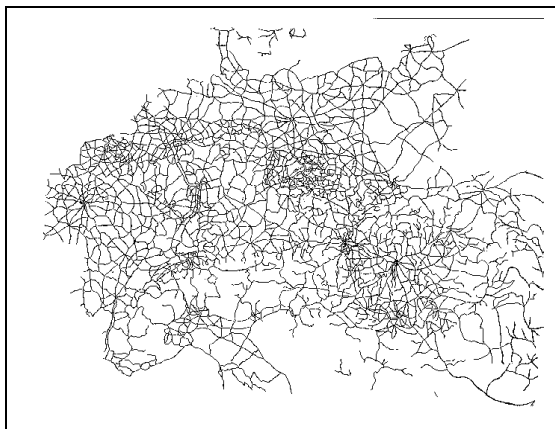


4. diagram, tömegkitevő

Ilyen nagyságrendű illeszkedést tulajdonképpen nem találtunk, de azt jól megközelítőt igen. Ebbe a kategóriába sorolhatjuk Franciaország, Közép-Európa, Nagy-Britannia valamint az egykori Németország vasúthálózatát (5-6. térképek).



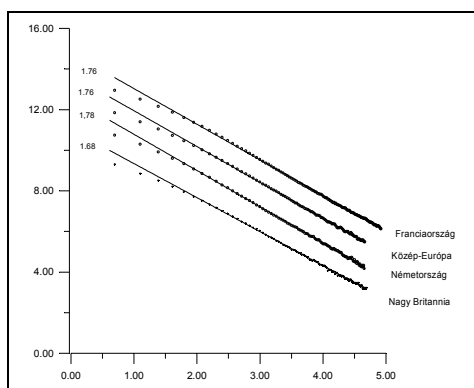
5. térkép, Franciaország vasúthálózata



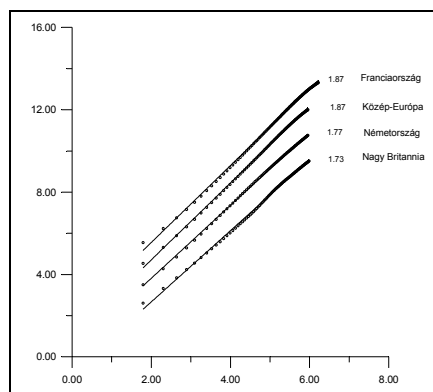
6. térkép, Közép-Európa vasúthálózata

Itt az illeszkedés a térkép csaknem teljes mérettartományában érvényesül (5-6. diagram) és mintegy hetvenszeres méretnövekedést fog át. Feltételezhető, hogy ennél nagyobb léptékű illeszkedésre nem is igen számíthatunk, mivel a vasutat tipikusan csak bizonyos távolságnál nagyobb utakra szokás használni. Úgy gondoljuk, hogy az illeszkedés nagyságrendjét, különösen a kis méretek tartományában az úthálózat fokozatos figyelembe vételével növelhetnénk.

Diagramjainkból jól látható, hogy a vasúthálózat fraktáljellegét az illeszkedés nagyságrendje és a fraktál dimenzió nagysága együttesen jellemzi. Figyelemre méltó ugyanakkor, hogy a sandbox és a dobozszámláló eljárás - talán csak Franciaország kivételével - mennyire azonos dimenzió értéket szolgáltatott, továbbá hogy ez a dimenzió alig tér el az előző kategória esetén már megfigyelt 1.75 körüli értéktől.

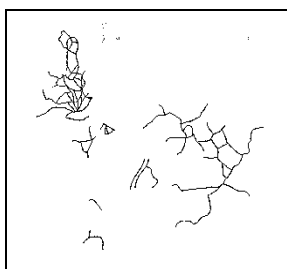


5. diagram, dobozszámlálás

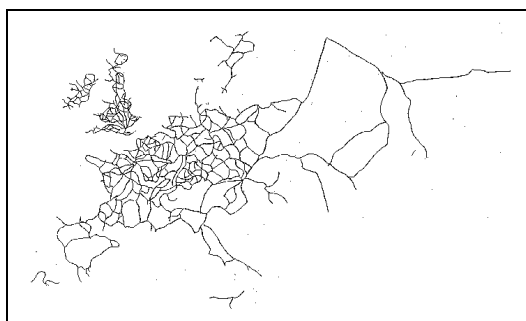


6. diagram, tömegkitevő

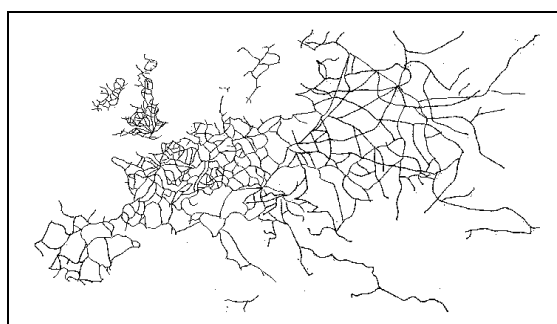
Említésre méltó, hogy a fenti statikus eredményekben nyilvánvaló történeti dinamika rejlik. Nem mintha Törökországnak a franciaországiban saját vasúthálózata jövőjét kellene látnia. Az európai vasútépítések kora ugyanis már véget ért. Mégis, akár az európai akár a magyar vasúthálózat időbeli fejlődését elemezzük (lásd a 7-9. illetve 10-14. térképeket) a fraktáljelleg itt megfigyelhető fokozatos kibontakozása (7-8. valamint 9-10. diagram) ugyanazt a képet mutatja mint egy Törökország, Görögország, Hollandia, Franciaország “fejlődési” sor. (11-12. diagram)



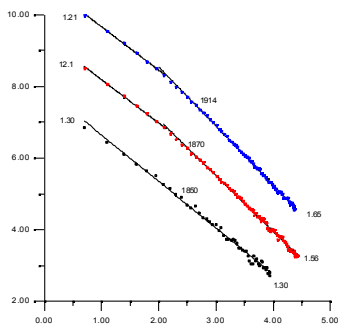
7. térkép, Európa vasúthálózata, 1850.



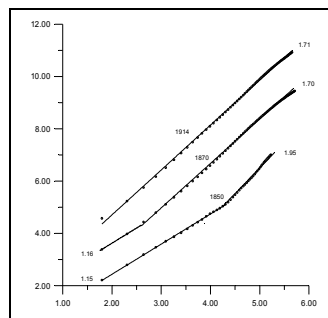
8. térkép, Európa vasúthálózata, 1870.



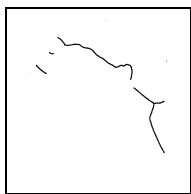
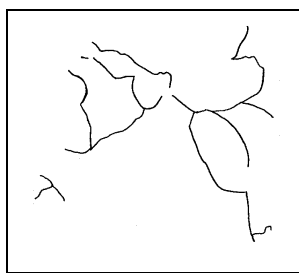
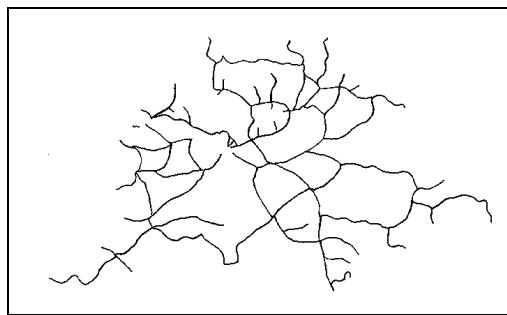
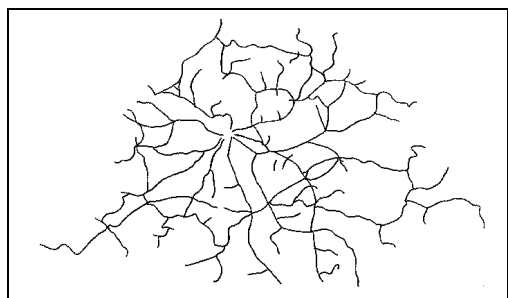
9. térkép, Európa vasúthálózata, 1914



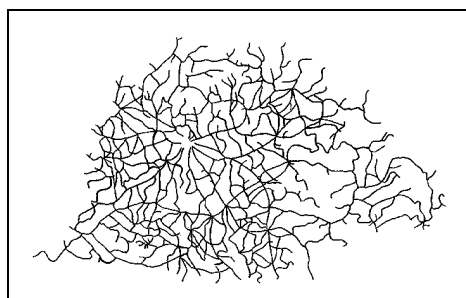
7. diagram, Európa, dobozszámlálás



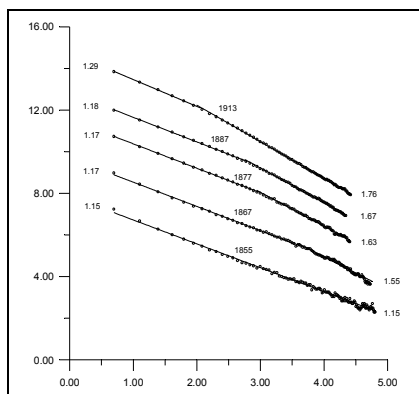
8. diagram, Európa, tömegkitevő

10. térkép  
Magyarország  
vasúthálózata 1855.11. térkép Magyarország,  
vasúthálózata 1867.12. térkép, Magyarország, vasúthálózata,  
1877

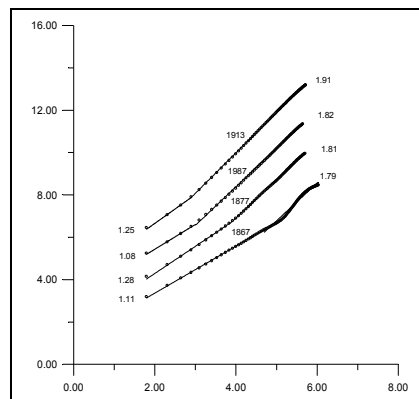
13. térkép, Magyarország vasúthálózata, 1887.



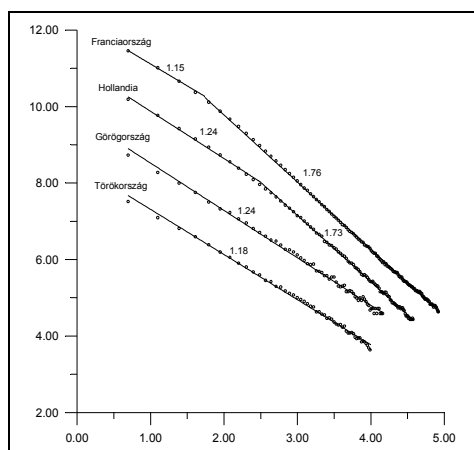
14. térkép, Magyarország vasúthálózata, 1913



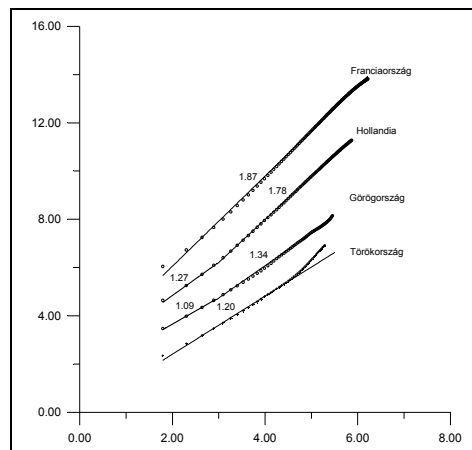
9. diagram, Magyarország, dobozszámlálás



10. diagram, Magyarország, tömegkitevő



11. diagram, dobozszámlálás



12. diagram, tömegkitevő

A 7-10. valamint 11-12. diagrammok összehasonlítása alapján megkockáztatható, hogy az általunk vizsgált európai országokban a vasúthálózat kialakulása olyan növekedési pályán indult meg, mely - hacsak versenyképes alternatív szállítási formák megjelenése, a beruházási források kimerülése, politikai fordulatok stb. nem akasztották meg a folyamatot - egy kb. 1.75 dimenziójú fraktál kibontakozásához vezetett.

A fenti megállapítás persze akkor nyer igazán értelmet, ha pontosan meg tudjuk mondani mit is jelenthet egy olyan kijelentés, mely szerint bizonyos országok vasúthálózata meghatározott dimenziójú fraktálnak tekinthető. A kérdés megkerülhetetlen, pillanatnyilag még sincs igazi válaszuk rá. Az alábbiakban arra teszünk csupán kísérletet, hogy körülhatároljuk egy lehetséges válasz mozgásterét, felvázolva egyúttal a további kutatás várható fő irányait is.

Miután a fraktálok felfedezője Benoit Mandelbrot, immár klasszikussá vált főműve (Mandelbrot 1977) nyomán a fraktálok kapcsán a természet új geometriájáról szokás beszélni, induljunk ki mi is néhány rendkívül egyszerű alakzat geometriai elemzéséből. Akár a kockára, akár a gömbre gondolunk nyilvánvaló, hogy térfogatuk a lineáris méret (oldalhosszúság, sugár) harmadik hatványától függ. Egy kocka oldalhosszát megtízszerezve tehát a térfogat ezerszeresére nő, s homogén, tömör alakzat esetén ezt teszi a tömege is. Így nem igazán praktikus nagy méretű objektumokat előállítani. Ez a módszer nemcsak rendkívül anyagpazarló, de féltő, hogy az építmény egy bizonyos méret után, gyorsan növekvő súlya miatt egész egyszerűen magától összeroppan. Sokkal célszerűbb és takarékosabb szivacszerű, üreges alakzatokkal próbálkozni melyekben minden felesleges anyagtól megszabadulva tulajdonképpen csak a tiszta szerkezetet igyekszünk megtartani. Megfigyelhető, hogy számos esetben építkeznek így a természet vagy maga az ember, gondoljunk csak a fák koronájára vagy az Eiffel toronyra.

A "kilyuggatott" kocka vagy gömb azonban egy másik szempontból is, érdekes új tulajdonságra tesz szert. Az ilyen szerkezetű tárgyak felszíne, a szokásos geometriai objektumokéval ellentétben, a tárgy térfogatához képest rendkívül nagy lehet. Márpedig sokszor igen hasznos, ha valamely kis helyet elfoglaló test nagy felülettel rendelkezik. Ilyen lehet valamilyen katalizátor vagy szűrő esete, s ennek az elvárásnak felel meg az emberi tüdő is, mely kis térfogata mellett mintegy száz négyzetméter felületű. Világos, hogy hasonló igény minden kommunikációs hálózat esetén megfogalmazható, s emiatt arra számíthatunk, hogy nagyon különböző funkciójú szervekben nagyon hasonló szerkezeti vonások ismerhetők fel.



Mit jelent mindez a vasúthálózat esetében? A kis "tömeg" metaforikusan értendő követelménye itt az anyag és energiatakarékosság elvét, vagyis azt az elvárást jelenheti, hogy a hálózat minél olcsóbban kiépíthető és a lehető legkisebb ráfordítással fenntartható, üzemeltethető legyen. Semmiképpen sem lehet törekvésünk tehát, hogy a vasút jusson el az ország *minden* pontjára. A minél nagyobb "felület" követelménye ugyanakkor ezzel némileg ellentétes módon, azt az elvárást fogalmazza meg, hogy a hálózat azért *elég közel* jusson az ország *lehető legtöbb* pontjához, hiszen ahogy az emberi érhálózat vagy légutak egy adott térrészt, az emberi testet kell minél jobban kitöltsenek, s teszik ezt fraktál strukturákat formálva (Goldberger, Rigney, West 1991), úgy a vasúthálózattól is elvárható, hogy ezt kell tegye valamely rendelkezésre álló területtel.

Nyilvánvaló, hogy Magyarország vasúthálózata messzemenően eleget tesz ezen elvárásnak, hisz miközben az ország területe körülbelül egy 305 km oldalhosszúságú négyzetével egyenlő, addig ebben a viszonylag kis térrészben 7757 km összhosszúságú vasútvonal van "összezsúfolva". Ezzel szemben Görögország esetében a szigetek nélkül számított 112 ezer km<sup>2</sup> területre mindössze 2479 kilométer vasútvonal jut. Ez a különbség a fraktáldimenziók nagyságában  $D_{HU} = 1,77$  illetve  $D_{GR} = 1,24$  is egyértelműen kifejeződik, összhangban azzal a várakozással, hogy minél több dimenziós egy fraktál annál nagyobb a valószínűsége annak, hogy a fraktált magába foglaló tér egy adott darabja tartalmazza annak valamely részét.

Valamely vasúthálózat fraktáljellege azonban jóval több az egységnyi területre jutó vonalhosszúságnál. A fraktálok eleget tesznek fenti elvárásainknak, "szivacszerű", "lyukacsos" szerkezetek, nagy "felszín - térfogat" aránnyal, ezeken felül azonban önhasonlók, azaz széles mérettartományban ("kicsiben" és "nagyban"), látszólagos szabálytalanságuk ellenére is ugyanolyan módon töltik ki a rendelkezésükre álló teret. Valamely ország vasúthálózata tehát, amennyiben fraktál, annyiban nem triviális szabályszerűséget mutató hierarchikus szerveződésnek tekinthető. Ez a tulajdonsága nyilván a vasúthálózat kialakulását formáló társadalmi, gazdasági, hatalmi tényezők hasonló strukturáltságát tükrözi. A nagy vasútépítkezések idején ugyanis egy vidéki város vagy helyi hatalmasság a maga hatókörében ugyanazt a szerepet játszhatta, mint mondjuk Budapest vagy egy mágnás család országos szinten. Pillanatnyilag azonban nincs pontos képünk arról, hogy mely tényezők és hogyan formálták egy ország vasúthálózatát. A miénkkel rokon kutatások tapasztalatai alapján azt reméljük, találhatunk olyan (talán növekedési) modellt, mely magyarázatot ad a vasúthálózatok kialakulására, s ez lesz majd az igazi válasz arra a kérdésre is, hogy mit jelent e hálózatok fraktál jellege.

### **További kérdések**

Eddigi eredményeink további kiterjesztése és finomítása érdekében célszerűnek látszik más dimenziószámítási módszereket is alkalmazni. Így talán felderíthető, hogy a különböző eljárásokkal kapott eredmények mutatnak-e szisztematikus eltéréseket. További vizsgálatok szükségesek annak ellenőrzésére is, hogy az alkalmazott módszerek mennyire érzékenyek a térképek véges méretére és változó finomságú felbontására.

Kutatásunk nyilvánvalóan kiterjeszhető más földrészek vasúthálózatának vizsgálatára. De Európánál maradván már most is világos, hogy eredményeink sajátos regionális eloszlást mutatnak. Elég itt arra emlékeztetnünk, hogy a fraktál dimenzió legkisebb értékeit Délkelet-Európában kaptuk. Mindez triviális módon veti fel annak lehetőségét, hogy kutatásunkat az európai történeti régiók vizsgálatára is kiterjesszük. Úgy véljük az eddigi

módszerekkel vagy azok kis módosításával (pl. a rács mozgatásával) kimutathatók az országhatároktól független, szerves egységet alkotó régiók. Sok érdekes eredményt remélünk attól, ha a tömegkifevőt mindig valamilyen általunk választott középpontból kiindulva határozzuk meg. Ezzel meghatározhatjuk egy adott város pl, Párizs, London, Budapest "hatókörét" és lehetőség nyílna a vasúthálózat növekedési folyamatként való értelmezésére is. Olyasvalamire gondolunk amit a párizsi metróhálózat esetében már megvizsgáltak (Benguigui, Daoud 1991).

Végül azt reméljük, hogy a városnövekedési folyamatok (Makse, Havlin, Stanley 1995) vagy gyalogutak kialakulásának szimulálásához (Helbing, Keltsch, Molnár 1997) hasonlóan mi is találunk a közlekedési hálózatok kialakulását leíró dinamikus modellt. Kérdés, hogy vajon mennyire működne egy olyan "potenciál-modell" melyben az egyes települések vonzó centrumok lennének, a potenciál erőssége a település jelentőségét "vonzerejét" jelölné és a vasutak a potenciál-minimumok mentén alakulnának ki.

## **Befejezés**

Talán mondanunk sem kell, sosem voltunk, s kutatásunk révén sem váltunk vasútszakértőkké. A vasúthálózat elemzése persze önmagában is érdekes, s tovább vizsgálendő problémának bizonyult. Semmi akadályát nem látjuk azonban annak, hogy megfelelő adatok esetén eljárásunk bármilyen más, társadalomtörténeti valamint szociológiai szempontból releváns, térképen rögzíthető mutatóra, közvetlenül kiterjeszthető legyen. Jól ismert például, hogy az európai történeti régiók maguk is sokféle térképpel elemezhetők, "olyanokkal, mondjuk, melyek a romantika és gótika, a reneszánsz és reformáció elterjedését mutatnák; mi több, olyanokkal is, melyek például az autonóm város, korporatív szabadságok, rendi szerkezetek és egy sor egyéb ... strukturális jegyet tüntetnének fel." (Szücs 1981) Sokat ígérő lehet az írásbeliség, az újkori egyetemek, a könyvkiadás, bizonyos fogyasztási szokások, kulturális minták vagy betegségek (pestis a középkorban, AIDS napjainkban) netán a technikai újítások (mint a kora újkorban az eke vagy századunkban az Internet) térhódításának vizsgálata valamint a különböző város- vagy településszerkezetek illetve a közlekedési hálózatok elemzése is. A sort lehetne, de felesleges tovább folytatni, hisz a tényleges döntés úgylis az egyes szakterületek specialistáira marad.

### Felhasznált térképek:

1. térkép, Atlas der Eisenbahnen und Schiffahrt von Europa
2. térkép, Világatlasz, Kartográfiai Vállalat, Budapest, 1979. p86-87.
3. térkép, Atlas der Eisenbahnen und Schiffahrt von Europa
4. térkép, Világatlasz, Kartográfia Vállalat, Budapest, 1979. pp34-35., 38-39., 42-43., 45-47.
5. térkép, Atlas der Eisenbahnen und Schiffahrt von Europa
6. térkép, Közép-Európa vasuti térképe, 1914-1918, Posner Károly Lajos és fia
- 7-9. térkép, Történelmi Világatlasz, Kartográfiai Vállalat, Budapest, 1991. p63
- 10-14. térkép, Történelmi Világatlasz, Kartográfiai Vállalat, Budapest, 1991. p129.

### Hivatkozott irodalom:

- Benguigui, L.; Daoud, M. (1991): Is the suburban railway system a fractal? *In Geographical. Analysis*, (23): 362-368.
- Goldberger, Ary L.; Rigney, David; West, Bruce, J. (1991): Káosz és fraktálok az emberi szervezetben *In Tudomány*, ( ): 29-35.
- Helbing, Dirk; Keltsch, Joachim; Molnár Péter (1997): Modelling the evolution of human trail systems *In Nature*, (vol 388., 3): 47-49.
- Makse, Hernán, A.; Havlin, Shlomo; Stanley, H., Eugene (1995): Modelling urban growth patterns *In Nature* (vol 377., 19): 608-612.
- Mandelbrot, B., Benoit (1977): *The Fractal Geometry of Nature*, New York, W.H. Freeman and Co.
- Nyikos Lajos, Balázs László, Schiller Robert (1994): Fractal Analysis of Artistic Images: From Cubism to Fractalism, *In Fractals*, (vol 2.,1): 143-152.
- Schroeder, Manfred (1991): *Fractals, Chaos, Power Law*, 213-223. New York, W.H. Freeman and Co.
- Szűcs Jenő (1981): Vázlat Európa három történelmi régiójáról, *In Történelmi Szemle*, (3): 313-359.
- Tél Tamás (1988): Fractals, Multifractals, and Thermodynamics *In Z. Naturforsch*, (43a): 1154-1174.
- Vicsek Tamás (1989): *Fractal Growth Phenomena*, 9-55. Singapore, World Scientific Publishing Co.